Dr. Ole Peter Smith

Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal de Goiás
ole@mat.ufg.br - http://www.ime.ufg.br/docentes/olepeter

Data:	14/05/2010
Semestre:	2010.1
Curso:	Engenharia de Alimentos
Disciplina:	Álgebra Linear
Prova:	II

1. *4 pts.* Dados os vetores em $\mathbb{R}^4$:

$$\underline{\mathbf{d}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{d}}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{d}}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{d}}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{d}}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Mostre que os vetores $\underline{\mathbf{d}}_1, \underline{\mathbf{d}}_2, \underline{\mathbf{d}}_3, \underline{\mathbf{d}}_4$ formam uma base em $\mathbb{R}^4$.

   (b) Encontre uma relação entre as coordenadas em relao a base cannica e a base $(\underline{\mathbf{d}}_1, \underline{\mathbf{d}}_2, \underline{\mathbf{d}}_3, \underline{\mathbf{d}}_4)$.

   (c) Encontre as coordenadas do vetor $\underline{\mathbf{d}}_5$ na base $(\underline{\mathbf{d}}_1, \underline{\mathbf{d}}_2, \underline{\mathbf{d}}_3, \underline{\mathbf{d}}_4)$.

   (d) Encontre as coordenadas antigas dos vetores bsicos novos.

   (e) Encontre as coordenadas novas dos vetores bsicos antigos.

2. *2 pts.* Uma aplicao linear, $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ dado pela sua matriz:

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   (a) Encontrar o núcleo e a sua dimensão.

   (b) Encontrar a dimenso e uma base da imagem, $f(\mathbb{R}^3)$.

   (c) Encontrar o conjunto: $\{\underline{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^3 \mid f(\underline{\mathbf{x}}) = (0,1,1)\}$.

   (d) f tem inversa?

3. *4 pts.* Dados os vetores em $\mathbb{R}^4$:

$$\underline{\mathbf{v}}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{v}}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{v}}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \underline{\mathbf{v}}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   e uma aplicao linear, $f : \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^4$:

$$f(\underline{\mathbf{v}}_1) = \underline{\mathbf{v}}_1 + \underline{\mathbf{v}}_2, \quad f(\underline{\mathbf{v}}_2) = -\underline{\mathbf{v}}_1 + \underline{\mathbf{v}}_2, \quad f(\underline{\mathbf{v}}_3) = \underline{\mathbf{v}}_3 + \underline{\mathbf{v}}_4, \quad f(\underline{\mathbf{v}}_4) = -\underline{\mathbf{v}}_3 + \underline{\mathbf{v}}_4$$

   (a) Mostrar que os vetores $\underline{\mathbf{v}}_1, \underline{\mathbf{v}}_2, \underline{\mathbf{v}}_3, \underline{\mathbf{v}}_4$ formam uma base em $\mathbb{R}^4$.

   (b) Encontrar a matriz, $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$, em relao a base canônica (no domínio e na imagem).

   (c) Encontrar a matriz, $\underline{\underline{\mathbf{B}}}$, em relao da base $(\underline{\mathbf{v}}_1, \underline{\mathbf{v}}_2, \underline{\mathbf{v}}_3, \underline{\mathbf{v}}_4)$ (no domínio e na imagem).

   (d) Sendo $U = ger(\underline{\mathbf{v}}_1, \underline{\mathbf{v}}_2)$, mostre que $f(U) = U$.

   (e) Sendo $\underline{\underline{\mathbf{V}}}$ a matriz contendo os vetores $\underline{\mathbf{v}}_1, \underline{\mathbf{v}}_2, \underline{\mathbf{v}}_3, \underline{\mathbf{v}}_4$ em colunas, mostre: $\underline{\underline{\mathbf{B}}} = \underline{\underline{\mathbf{V}}}^{-1} \underline{\underline{\mathbf{A}}}\, \underline{\underline{\mathbf{V}}}$.

OBS! Respondendo a prova à lapis, perde-se o direito de revisão da prova. **OBS!**