



Data: 30/03/2010
Curso: Matemática
Disciplina: Álgebra Linear
Prova: I, 2ª Chamada

1. 4 pts. Dado a matriz:

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} = \begin{pmatrix} 0 & -a & 0 & a \\ a & 0 & a & 0 \\ 0 & -a & 0 & -a \\ -a & 0 & a & 0 \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

- Por quais valores $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$ é regular? Para estes valores, encontrar a inversa: $\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{-1}$.
- Por quais valores $\underline{\underline{\mathbf{A}}}$ é ortogonal, isto é: $\underline{\underline{\mathbf{A}}}^{-1} = \underline{\underline{\mathbf{A}}}^T$?
- Encontrar a matriz adjunta: $\underline{\underline{\mathbf{A}}}^*$.
- Resolver a equação matricial: $\underline{\underline{\mathbf{A}}} \underline{\underline{\mathbf{X}}} = \underline{\underline{\mathbf{0}}}$.

2. 4 pts. Dado os planos em \mathbb{R}^3 :

$$\begin{aligned} (\alpha) : & x + y - 2z = 0 \\ (\beta) : & 2x - y + (3a - 4)z = 3 \\ (\gamma) : & ay - z = 1 \end{aligned}$$

- Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ os planos α, β e γ tem uma reta em comum?
- Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ os planos α, β e γ tem um ponto em comum?
- Para quais valores de $a \in \mathbb{R}$ os planos α, β e γ nenhum ponto em comum?
- Para $a = 1$ encontrar a intersecção: $\alpha \cap \beta$.
- Para $a = 1$ encontrar a intersecção: $\beta \cap \gamma$.
- Para $a = 1$ encontrar a intersecção: $\gamma \cap \alpha$.

3. 2 pts. Dado a matriz:

$$\underline{\underline{\mathbf{A}}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & a^2 - a \\ a & a & 1 & a^3 - 2a^2 + a \\ -1 & 3a & 0 & 2a^2 - 2a \\ a & 2a & 1 & a^3 - a \end{pmatrix}, \quad a \in \mathbb{R}$$

- Encontrar o posto $\rho_{\underline{\underline{\mathbf{A}}}}$ para todo $a \in \mathbb{R}$.
- Por todo $a \in \mathbb{R}$ resolver a equação matricial: $\underline{\underline{\mathbf{A}}} \underline{\underline{\mathbf{X}}} = \underline{\underline{\mathbf{A}}}$.